1) نعتبر المتتالية $(U_n)_{n\geq1}$ بحيث: $U_1=2$ و $U_{n+1}=\frac{1}{3}U_n+2$

1-احسب U_2 و U_3

2-بين أن : $\forall n\in\mathbb{N}^* ; U_n \prec 3$

3- أدرس رتابة $(U_n)_{n\geq1}$ **و استنتج أن** $\forall n\in\mathbb{N}^*; U_n\geq 2$

4- نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة ب: $\forall n\in\mathbb{N} ; V_n=U_n-3$

أ- بين أن (V_n) متتالية هندسية محددا أساسها و حدها الأول ثم أحسب V_n بدلالة n

ب- أحسب $S_n=\sum_{i=1}^{n}U_i$ **بدلالة n**

2) نعتبر المتتالية (U_n) بحيث: $U_0=0$ و $U_{n+1}=\frac{U_n-1}{U_n+3}$

1-بين أن لكل n من $\mathbb{N}$ لدينا: $-1\prec U_n\leq 0$

2- نعتبر المتتالية (V_n) بحيث: $\forall n\in\mathbb{N} ;V_n=\frac{1}{1+U_n}$

أ- بين آن (V_n) متتالية حسابية محددا أساسها و حدها الأول

ب- احسب V_n ثم U_n بدلالة n

ج- احسب بدلالة n المجموع : $S_n=V_0+V_1+......+V_n$

3) لتكن (U_n) و (V_n) المتتاليتين العدديتين المعرفتين ب:

$$\begin{cases} U_0=1 \ ; \ U_1=3 \\ U_{n+2}=2U_{n+1}-U_n \end{cases}$$

و $\forall n\in\mathbb{N} ; V_n=U_{n+1}-U_n$

1- بين أن (V_n) متتالية ثابتة

2- استنتج أن (U_n) حسابية محددا أساسها و حدها الأول

4) لتكن (U_n) و (V_n) المتتاليتين العدديتين المعرفتين ب:

$U_0=0$ و $U_{n+1}=2U_n+3^n$ و $V_n=3^n-U_n$

1- بين أن (V_n) متتالية هندسية محددا أساسها وحدها الأول

2- احسب V_n ثم U_n بدلالة n

3- احسب بدلالة n المجموع : $S_n=V_0+V_1+......+V_n$

4- استنتج قيمة المجموع: $S_n^{'}=U_0+U_1+......+U_n$

5) أحسب نهاية المتتالية (U_n) في كل من الحالات التالية :

$1)U_n=\sqrt{n^2+2}-n$ $\quad 2)U_n=\sqrt{n^2+3n}-\sqrt{n}$

$3)U_n=\frac{\sqrt{n+1}}{n}$ $\quad 4)U_n=\frac{2n+3}{n+2}$

$5)U_n=\sqrt[3]{n^2+5n}-\sqrt[3]{2n^2+3}$ $\quad 6)U_n=n\sqrt[3]{n}$

6) نعتبر المتتالية (U_n) بحيث: $U_n=\frac{COS(n^2-4)}{n+2}$

1- بين أن: $\forall n\in\mathbb{N};\frac{-1}{n+2}\leq U_n\leq\frac{1}{n+2}$

2- استنتج $\lim(U_n)$

7) نعتبر (U_n) بحيث: $U_0\succ 5$ و $U_{n+1}=\frac{1}{2}\left(U_n^2+1\right)$

1- بين أن (U_n) تزايدية

2- بين أن : $\forall n\geq 5 ; U_n\succ n$ **.ماذا تستنتج ؟**

8) أحسب نهاية المتتالية (U_n) في كل من الحالات التالية :

$1)\ U_n = -2\times 3^n \qquad 2)\ U_n = 5\times(-3)^n \qquad 3)\ U_n = \left(\frac{2}{5}\right)^n$

$4)\ U_n = \frac{3^n - 5^n}{4^n + 5^n} \qquad 5)\ U_n = n^{\frac{3}{2}} - n^{\frac{2}{3}} \qquad 6)\ U_n = n^{\frac{-1}{3}} - n^{\frac{1}{7}}$

---

9) لتكن (U_n) بحيث: $U_0 = 1$ و $\forall n\in\mathbb{N}\ ;U_{n+1} = \frac{U_n^3}{2U_n^2+1}$

1- أ- بين أن : $\forall n\in\mathbb{N}\ ;\ U_n \succ 0$

ب- بين أن (U_n) تناقصية و استنتج أنها متقاربة

2- أ- بين أن $\forall n\in\mathbb{N}\ ;U_{n+1} \le \frac{1}{3}U_n$

ب- استنتج أن $\forall n\in\mathbb{N}\ ;U_n \le \left(\frac{1}{3}\right)^n$ **ثم احسب** $\lim(U_n)$

3- نضع : $\forall n\in\mathbb{N}\ ;V_n = \frac{U_n+2}{U_n+1}$

بين أن (V_n) متقاربة محددا نهايتها

---

10) نعتبر الدالة العددية f بحيث : $f(x) = \sqrt[3]{x^2+2x}$

1- بين أن f متصلة و رتيبة قطعا على المجال $I =]0,2[$ **ثم احسب** $f(I)$

2- نعتبر (U_n) بحيث : $U_0 = \frac{1}{2}$ و $\forall n\in\mathbb{N}\ ;\ U_{n+1} = f(U_n)$

أ- بين أن $\forall n\in\mathbb{N}\ ;\ 0 \prec U_n \prec 2$

ب- ادرس رتابة (U_n) و استنتج أنها متقاربة

ج- حدد نهاية (U_n)

---

11) نعتبر المتتالية (U_n) بحيث: $U_0 = 1$ و $U_{n+1} = \frac{3}{7}U_n + \frac{2}{3}$

1- بين أن : $\forall n\in\mathbb{N}\ ;U_n \prec \frac{7}{6}$

2- بين أن المتتالية (U_n) تزايدية قطعا.ماذا تستنتج؟

3- نعتبر المتتالية (V_n) بحيث: $\forall n\in\mathbb{N}\ \ ;\ V_n = \frac{7}{6} - U_n$

أ- بين أن (V_n) متتالية هندسية محددا أساسها و حدها الأول

ب- اكتب V_n بدلالة n ثم استنتج U_n بدلالة n

ج- احسب نهاية (U_n)

د- احسب بدلالة n المجموع: $S = U_0 + U_1 + U_2 + ...+U_n$

---

12) نعتبر المتتالية (U_n) بحيث: $U_0 = 0$ و $U_{n+1} = \frac{1+4U_n}{7-2U_n}$ **لكل n من** $\mathbb{N}$

1- تحقق من أن $\forall n\in\mathbb{N};1-U_{n+1} = \frac{6(1-U_n)}{5+2(1-U_n)}$ **ثم بين أن :** $\forall n\in\mathbb{N};1-U_n \succ 0$

2- نعتبر المتتالية (V_n) بحيث: $\forall n\in\mathbb{N}\ ;V_n = \frac{2U_n-1}{U_n-1}$

أ- بين آن (V_n)متتالية هندسية أساسها $\frac{5}{6}$ ثم اكتب V_n بدلالة n

ب- بين أن $U_n = \frac{\left(\frac{5}{6}\right)^n - 1}{\left(\frac{5}{6}\right)^n - 2}$ **لكل n من $\mathbb{N}$ و استنتج نهاية المتتالية (U_n)**