1) حل في $\mathbb{R}$ المعادلات :
$1)\ e^{x^2-3x+2}=1 \quad 2)\ e^{\frac{2x+3}{x-2}}=\frac{1}{e} \quad 3)\ \frac{e^{2x}+1}{e^x-1}=\frac{1}{2}$

2) حل في $\mathbb{R}$ المتراجحات :
$1)\ e^{2x+1}\leq e^{2-3x} \quad 2)\ e^x+e^{-x}\succ 2 \quad 3)\ e^{2x}-3e^x+2\succ 0$

3) أحسب النهايات التالية :
$1)\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^{2x}-e^x}{x} \quad 2)\lim\limits_{x\to 1}\frac{e^x-e}{x-1} \quad 3)\ \lim\limits_{x\to+\infty}\frac{e^x}{x^2-1} \quad 4)\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^x-1}{e^{2x}-3e^x+2}$

$5)\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{e^x+3}{e^x-1} \quad 6)\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{e^{\sqrt{x}}-1}{x} \quad 7)\lim\limits_{x\to+\infty}x\ln\left(\frac{e^x+1}{e^x-1}\right) \quad 8)\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{\ln\left(e^x+e^{-x}\right)}{x} \quad 9)\lim\limits_{x\to 0^+}(1+x)^{\frac{1}{x}} \quad 10)\lim\limits_{x\to 0^+}x^{\sqrt{x}}$

4) احسب مشتقة كل من الدوال التالية :
$1)\ f(x)=\sqrt{e^{2x}-e^x-2} \qquad 3)\ f(x)=\frac{x^2-e}{e^{3x}}$

$2)\ f(x)=(2-5x)\left(e^{-2x}+1\right) \qquad 4)\ f(x)=x^x$

5) A- لتكن g الدالة العددية المعرفة ب: $g(x)=1-e^{2x}-2xe^{2x}$

1- أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)$ **و** $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)$

2- أ- أدرس تغيرات g و احسب $g(0)$

ب-استنتج إشارة $g(x)$ **حسب قيم x**

B- لتكن f الدالة العددية المعرفة ب: $f(x)=x+3-xe^{2x}$

1- حدد D_f **و احسب النهايات عند محداته**

2- أدرس تغيرات f

3- أ- أدرس الفروع اللانهائية ل(C_f) **منحنى f**

ب- ادرس الوضع النسبي ل (C_f) **و المستقيم** $(D): y=x+3$

4- بين أن (C_f) **يقطع محور الأفاصيل في نقطتين I و J**

5- أنشئ (C_f)

6) A- نعتبرg الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ **ب :**$g(x)=e^{-x}+x-1$

احسب $g'(x)$ **ثم استنتج أن g تزايدية على** $[0;+\infty[$ **و تناقصية على** $]-\infty;0]$

بين أن $g(x)\geq 0$ **لكل x من** $\mathbb{R}$ **(لاحظ أن** $g(0)=0$ **)**

ثم استنتج أن $e^{-x}+x\geq 1$ **لكل x من** $\mathbb{R}$

B- نعتبر الدالة العددية f المعرفة ب: $f(x)=\frac{x}{x+e^{-x}}$

وليكن(C)**المنحنى الممثل لها في معلم متعامد ممنظم** $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$

1- بين أن حيز تعريف f هو $\mathbb{R}$ **(يمكن استعمال نتيجة السؤالA-2-)**

2- أ- بين أن $f(x)=\frac{1}{1+\frac{1}{xe^x}}$ **لكل x من** $\mathbb{R}^*$

ب- بين أن$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=1$ **و** $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=0$ **ثم أول النتيجتين هندسيا.**

3- أ- بين أن $f'(x)=\frac{(x+1)e^{-x}}{\left(x+e^{-x}\right)^2}$ **لكل x من** $\mathbb{R}$

ب- ادرس إشارة $f'(x)$ **ثم ضع جدول تغيرات الدالة f**

4- أ- اكتب معادلة المماس ل(C) **في النقطة O أصل المعلم**

ب- تحقق أن $x-f\left(x\right)=\dfrac{x\,g\left(x\right)}{g\left(x\right)+1}$ لكل x من $\mathbb{R}$ ثم ادرس أشارتها على $\mathbb{R}$

ج- استنتج الوضع النسبي ل $\left(C\right)$ والمستقيم $\left(\Delta\right)$ ذي المعادلة $y=x$

5- أنشئ $\left(\Delta\right)$ و $\left(C\right)$ في المعلم $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ (نأخذ $\dfrac{1}{1-e}\simeq-0,6$)

C- نعتبر المتتالية $\left(\mathrm{U_n}\right)$ المعرفة ب: $\mathrm{U_0}=1$ و $\mathrm{U_{n+1}}=\mathrm{f}\left(\mathrm{U_n}\right)$

1- بين بالترجع أن $\forall n\in\mathbb{N}\ ;\ 0\le \mathrm{U_n}\le 1$

2- بين أن المتتالية $\left(\mathrm{U_n}\right)$ تناقصية(يمكن استعمال نتيجة السؤال B-4- ب-)

استنتج أن $\left(\mathrm{U_n}\right)$ متقاربة ثم حدد نهايتها

I- لتكن g الدالة العددية المعرفة ب: $g\left(x\right)=e^{2x}-2x$

1- أحسب $g'(x)$ لكل x من $\mathbb{R}$ ثم بين أن g تزايدية على $[0;+\infty[$ و تناقصية على $]-\infty;0]$

2- استنتج أن $g\left(x\right)\succ 0$ لكل x من $\mathbb{R}$ (لاحظ أن $g\left(0\right)=1$)

II- لتكن f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ ب: $f\left(x\right)=\ln\left(e^{2x}-2x\right)$

ليكن(C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$

1- أ- بين أن $\lim\limits_{x\to-\infty} f\left(x\right)=+\infty$

ب- تحقق أن $\dfrac{f\left(x\right)}{x}=\left(\dfrac{e^{2x}}{x}-2\right)\dfrac{\ln\left(e^{2x}-2x\right)}{e^{2x}-2x}$ لكل x من $\mathbb{R}^*$

ج- بين أن $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f\left(x\right)}{x}=0$ (نذكر أن $\lim\limits_{t\to+\infty}\dfrac{\ln t}{t}=0$)

د- استنتج ان المنحنى $\left(C\right)$ يقبل ، بجوار $-\infty$ ، فرعا شلجميا يتم تحديد اتجاهه

2-أ- لكل x من $]0;+\infty[$ ، تحقق أن $1-\dfrac{2x}{e^{2x}}\succ 0$ و أن $f\left(x\right)=2x+\ln\left(1-\dfrac{2x}{e^{2x}}\right)$

ب- استنتج أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f\left(x\right)=+\infty$ (نذكر أن $\lim\limits_{u\to+\infty}\dfrac{e^u}{u}=+\infty$)

ج- بين أن المستقيم $\left(D\right)$ الذي معادلته $y=2x$ مقارب مائل للمنحنى $\left(C\right)$ بجوار $+\infty$

د- بين أن لكل x من $]0;+\infty[$ لدينا $f\left(x\right)-2x\le 0$ و استنتج أن $\left(C\right)$ يوجد تحت $\left(D\right)$ على المجال $]0;+\infty[$

3-أ- بين أن: $\forall x\in\mathbb{R}\ ;\quad f'\left(x\right)=\dfrac{2\left(e^{2x}-1\right)}{g\left(x\right)}$

ب- أدرس إشارة $f'\left(x\right)$ ثم ضع جدول تغيرات f

4- أنشئ $\left(D\right)$ و $\left(C\right)$ في المعلم $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ (نقبل أن للمنحنى $\left(C\right)$ نقطتي انعطاف)

الإمتحان الوطني (الإستدراكية) 2008